

Wiskunde 3, 2001/2002

Midtoets, 2 mei 2002

Zet op elk ingeleverd vel duidelijk je eigen naam en die van je werkcollegedocent. **Bladen waarop deze gegevens ontbreken worden niet nagekeken!** Zet ook op het eerste blad je studentnummer.

De nummers tussen haakjes geven het aantal punten voor die opgave.

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\text{aantal punten}}{2}.$$

1. Laat $f(x, y, z) = 2x + yz$.
 - 1 (a) (2) Bepaal met de methode van Lagrangemultiplicatoren de extremen van de beperking van f tot de bol in \mathbb{R}^3 met straal 1.
 - 1 (b) (3) Bepaal de aard van de extremen met een tweede-orde test.
2. De kromme $c : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3$ wordt gegeven door $c(t) = (0, t^3, t^2)$.
 - 1 (a) (1) Schets de projectie van c op het (y, z) -vlak
 - 2 (b) (2) Bepaal de booglengte van c .
 - 1 (c) (2) Bepaal de inhoud van het omwentelingslichaam dat je krijgt door de kromme c rond de y -as te wentelen.
3. (a) (2) Bewijs dat
$$\text{rot}(fF) = f \text{rot}(F) + (\nabla f) \times F,$$
voor willekeurige (voldoende vaak differentieerbare) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ en $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$.
 - 2 (b) (2) Definieer
$$G(x, y, z) = (x^2y + y^3 + yz^2, x^3 + xy^2 + xz^2, 0),$$
en bereken $\nabla \times G$.
4. Definieer $I = \int_0^2 \int_{y^2}^4 ye^{x^2} dx dy$.
 - 1 (a) (1) Schets het integratiegebied.
 - 2 (b) (3) Bereken I .